

**ĐỀ CHÍNH THỨC**

(Đề thi gồm 01 trang)

Môn thi: **TOÁN 9**

Ngày thi: 29/03/2024

Thời gian làm bài: 120 phút

**Câu I (2 điểm)**

Cho hai biểu thức  $A = \frac{2\sqrt{x-3}}{\sqrt{x+2}}$  và  $B = \frac{x+16}{x-4} - \frac{5}{\sqrt{x-2}}$  với  $x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9$ .

1) Tính giá trị của biểu thức A khi  $x = 1$ .

2) Chứng minh:  $B = \frac{\sqrt{x-3}}{\sqrt{x+2}}$ .

3) Cho  $P = A:B$ . Tìm tất cả các giá trị của x để  $P \geq 1$ .

**Câu II (2 điểm)**

1) Giải toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Đề trang trí cho gian hàng hội chợ xuân, một lớp học dự định gấp 600 con hạc giấy trong một thời gian đã định. Thực tế các bạn nam đã làm vượt mức 18%, các bạn nữ đã làm vượt mức 21%. Vì vậy trong thời gian quy định họ đã hoàn thành vượt mức 120 con hạc giấy. Hỏi số hạc giấy mỗi đội nam, nữ của lớp phải làm theo kế hoạch?

2) Một lọ hoa hình trụ có đường kính đáy là 22 cm, chiều cao 45 cm. Người ta phủ một lớp men bóng mặt ngoài lọ hoa (không kể đáy). Tính diện tích cần phủ men (lấy  $\pi \approx 3,14$ ).



**Câu III (2,5 điểm)**

1) Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} 3\sqrt{x+1} - \frac{2}{y-2} = 4 \\ 2\sqrt{x+1} + \frac{1}{y-2} = 5 \end{cases}$$

2) Trên mặt phẳng tọa độ cho parabol (P):  $y = x^2$  và đường thẳng (d):  $y = (1-m)x + 4$ .

a) Chứng minh rằng đường thẳng (d) và parabol (P) luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt.

b) Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt  $A(x_1; y_1); B(x_2; y_2)$  sao cho:

$$y_1 + y_2 = 3(x_1 + x_2) + 12.$$

**Câu IV (3,0 điểm)**

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn ( $AB < AC$ ), nội tiếp đường tròn (O) và các đường cao AD, BE, CF của tam giác cắt nhau tại điểm H.

1) Chứng minh tứ giác BCEF là tứ giác nội tiếp.

2) Kẻ đường kính AK của đường tròn (O). Chứng minh  $\widehat{BAD} = \widehat{KAC}$ .

3) Gọi M và N lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng BC và EF. Hai đường thẳng AN và OM cắt nhau tại điểm I. Chứng minh tam giác ANF đồng dạng với tam giác AMC và IB là tiếp tuyến của (O).

**Câu V (0,5 điểm)**

Với các số thực a, b, c thỏa mãn  $a \geq -1; b \geq -1; c \geq -1$  và  $a^2 + b^2 + c^2 = 9$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $Q = a^3 + b^3 + c^3$ .

..... Hết .....

Câu	Ý	Sơ lược lời giải	Điểm
Câu I. 2 điểm	1	Thay $x=1$ (TMĐK) vào biểu thức A	0,25
		$A = \frac{2\sqrt{1-3}}{\sqrt{1+2}} = \frac{-1}{3}$	0,25
	2	$B = \frac{x+16}{x-4} - \frac{5}{\sqrt{x}-2}$	0,25
		$= \frac{x+16}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} - \frac{5(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$	
		$= \frac{x+16-5\sqrt{x}-10}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$	0,25
		$= \frac{x-5\sqrt{x}+6}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$	0,25
	$= \frac{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$	0,25	
	$= \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+2}$	0,25	
	3	$P = \frac{2\sqrt{x-3}}{\sqrt{x}-3} \geq 1$ $\Leftrightarrow \frac{2\sqrt{x-3}}{\sqrt{x}-3} - 1 \geq 0$ $\Leftrightarrow \frac{2\sqrt{x-3} - \sqrt{x} + 3}{\sqrt{x}-3} \geq 0$ $\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} \geq 0$ TH1. $x=0$ TH2. $x>9$	0,25
Câu II 2 điểm	1)	Gọi số học giấy mỗi đội nam, nữ của lớp phải làm theo kế hoạch là $x, y$ (con), ( $x, y \in \mathbb{N}; x, y \leq 600$ ).	0,25
		Theo đề bài ta có pt: $x+y = 600$	0,25
		Thực tế số học các bạn nam đã làm vượt mức là $18\%x = 0,18x$ (con), Số học các bạn nữ đã làm vượt mức $21\%.x = 0,21x$ (con)	0,25
		Theo đề bài ta có phương trình $0,18x + 0,21y = 120$	0,25
		Ta có hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 600 \\ 0,18x + 0,21y = 120 \end{cases}$ Giải hệ ta được $x=200 ; y = 400$ (thỏa mãn).	0,25

		Vậy số hạc đội nam gấp được là 200 con, đội nữ gấp được là 400 con	0,25
	2)	Diện tích cần sơn là diện tích xung quanh của lọ hoa $S = 2\pi Rl \approx 2.3,14.11.45 = 3108,6 \text{ cm}^2$	0,25
		Vậy diện tích cần sơn là xấp xỉ $3108,6 \text{ cm}^2$	0,25
<b>Câu III</b> <b>2,5</b> <b>điểm</b>	1)	ĐK: $y \neq 2; x \geq -1$	0,25
		$\begin{cases} 3\sqrt{x+1} - \frac{2}{y-2} = 4 \\ 2\sqrt{x+1} + \frac{1}{y-2} = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3\sqrt{x+1} - \frac{2}{y-2} = 4 \\ 4\sqrt{x+1} + \frac{2}{y-2} = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7\sqrt{x+1} = 14 \\ 2\sqrt{x+1} + \frac{1}{y-2} = 5 \end{cases}$	0,25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x+1} = 2 \\ 2\sqrt{x+1} + \frac{1}{y-2} = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x+1} = 2 \\ 2.2 + \frac{1}{y-2} = 5 \end{cases}$	0,25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} x+1 = 4 \\ \frac{1}{y-2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y-2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3(TMĐK) \\ y = 3(TMĐK) \end{cases}$	0,25
		Vậy nghiệm của hệ phương trình là: $(3;3)$	
	2a)	Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P), ta có: $x^2 = -(m-1)x + 4 \Leftrightarrow x^2 + (m-1)x - 4 = 0(*)$ Ta có: $a = 1; b = m - 1; c = -4$ $\Delta = b^2 - 4ac = (m-1)^2 - 4.1.(-4) = (m-1)^2 + 16$	0,25
		Mà $a = 1 \neq 0$ $\Rightarrow$ Phương trình (*) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m. Vậy (d) và (P) luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt với mọi m.	0,25
	2b)	Vì phương trình (*) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m. Áp dụng hệ thức Viet ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 - m \\ x_1 \cdot x_2 = -4 \end{cases}$ Điểm A( $x_1; y_1$ ). Thay $x = x_1$ vào (P): $y_1 = x_1^2$ Điểm B( $x_2; y_2$ ) Thay $x = x_2$ vào (P): $y_2 = x_2^2$ Ta có: $y_1 + y_2 = 3(x_1 + x_2) + 12 \Leftrightarrow x_2^2 + x_1^2 = 3(x_1 + x_2) + 12$ $\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 3(x_1 + x_2) + 12$ $\Leftrightarrow (1 - m)^2 - 2.(-4) = 3(1 - m) + 12$ $\Leftrightarrow 1 - 2m + m^2 - 2.(-4) = 3(1 - m) + 12$ $\Leftrightarrow 1 - 2m + m^2 + 8 = 3 - 3m + 12$ $\Leftrightarrow m^2 + m - 6 = 0$	0,25
		$\Leftrightarrow (m-2)(m+3) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} m-2 = 0 \\ m+3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2(TM) \\ m = -3(TM) \end{cases}$ Vậy $m = 2$ hoặc $m = -3$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.	0,25

<b>Câu IV</b> <b>3,0</b> <b>điểm</b>	1)		0,25
	Vẽ đúng đủ hình cho câu a		
	Chỉ ra $\widehat{BEC} = 90^\circ$		0,25
	Chỉ ra $\widehat{BFC} = 90^\circ$		0,25
	Xét tứ giác $BCEF$ có:		
	$\widehat{BEC} = \widehat{BFC} = 90^\circ$		
	Mà $E$ và $F$ là hai đỉnh kề cùng nhìn cạnh $BC$ nên $BCEF$ là tứ giác nội tiếp (đpcm).		0,25
	2)		
	Chỉ ra $\widehat{ACK} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn).		0,25
	Chỉ ra $\widehat{ABD} = \widehat{AKC}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn $\widehat{AC}$ )		0,25
	Suy ra $\triangle ABD \sim \triangle AKC$ (g.g)		0,25
	$\Rightarrow \widehat{BAD} = \widehat{KAC}$ .		0,25
3)			
Cmt: $BCEF$ là tgnt nên $\widehat{AFE} = \widehat{ACB}$ (cùng bù với $\widehat{BFE}$ )			
$\Rightarrow \triangle AEF \sim \triangle ABC$ (g.g)		0,25	

	$\Rightarrow \frac{FA}{FE} = \frac{CA}{CB} \Rightarrow \frac{FA}{2FN} = \frac{CA}{2CM}$ $\Rightarrow \frac{FA}{FN} = \frac{CA}{CM}$ <p>Nên <math>\triangle ANF \sim \triangle AMC</math> (c.g.c)</p> $\Rightarrow \widehat{NAF} = \widehat{MAC}$ <p>Chứng minh trên: <math>\widehat{BAD} = \widehat{KAC} \Rightarrow \widehat{NAF} - \widehat{BAD} = \widehat{MAC} - \widehat{KAC}</math></p> $\Rightarrow \widehat{NAD} = \widehat{MAO}$ <p>Chỉ ra <math>OM \parallel AD \Rightarrow \widehat{NAD} = \widehat{AIO}</math></p> <p>Do đó <math>\widehat{MAO} = \widehat{AIO} \Rightarrow \triangle OAM \sim \triangle OIA</math></p> $\Rightarrow OA^2 = OM.OI \Rightarrow OB^2 = OM.OI$ $\Rightarrow \triangle OBI \sim \triangle OMB$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{OBI} = \widehat{OMB} = 90^\circ$ từ đó $IB$ là tiếp tuyến của $(O)$ tại $B$ .	0,25
		0,25
		0,25
<b>Câu V</b> <b>0,5</b> <b>điểm</b>	Vì $a \geq -1 \Rightarrow a + 1 \geq 0$ nên $(a + 1)(a - 2)^2 \geq 0 \Leftrightarrow a^3 \geq 3a^2 - 4$ CMTT, ta có: $b^3 \geq 3b^2 - 4; c^3 \geq 3c^2 - 4$	0,25
	$\Rightarrow a^3 + b^3 + c^3 \geq 3(a^2 + b^2 + c^2) - 12 = 3.9 - 12 = 15$ Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow a = -1; b = c = 2$	0,25